

APLICACIÓ DE LA PROGRAMACIÓ LINEAL PER MITJÀ DE METES PONDERADES A LA DISTRIBUCIÓ ÒPTIMA DE SIS VARIETATS DE CIRERA A LA ZONA DE LA DEHESA, DE 150 HA, SITUADA A CASTILLO DE LOCUBÍN (JAÉN)

EDUARDO SOLER ROSALES

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

edu_soler@hotmail.com

Resum

Aquest estudi té per objectiu la formulació d'un model de programació lineal basat en metes ponderades per a determinar la millor combinació de varietats de cirera a cultivar a la zona de La Dehesa, de Castillo de Locubín (Jaén).

Es presenta una descripció dels condicionants agronòmics de la zona (aigua, risc de gelades i hores de fred, principalment), així com les necessitats de mà d'obra i de maquinària de cada una de les varietats. Es formula una meta per a cada un dels condicionants i hom els assigna un nivell d'aspiració i una ponderació. Es minimitzen les variables de desviació no desitjades, i s'obtenen així les metes que s'han satisfet (i les que no).

S'obtenen uns resultats òptims de 121,34 ha de Lamper, 18,74 ha de Van i 9,93 ha de Burlat, i s'acompleixen totes les metes excepte les relatives al marge brut, el risc de gelades i les hores de fred.

1. Introducció

La província de Jaén es caracteritza per unes enormes extensions d'olivera; no obstant això, els últims anys altres cultius herbacis i fruiters s'han imposat en zones més favorables. Per això és important i interessant l'ús de tècniques d'optimització de l'ocupació del sòl per part d'aquestes noves espècies i varietats.

En aquest estudi s'ha escollit la programació lineal basada en metes ponderades per l'eficàcia i la senzillesa en el plantejament.

2. Material i mètodes

2.1. Mètode d'optimització

S'utilitza, en aquest estudi, el mètode de programació lineal per metes ponderades (Clop, 2003). El mètode d'optimització es compon d'una funció objectiu i diverses restriccions, amb l'estructura següent:

$$\begin{aligned} \min & [W_1(n_1/n. a._1) + W_2(p_2/n. a._2) + \dots + W_i(n_i/n. a._i)] \\ \text{meta 1)} & c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_ix_i + n_1 - p_1 = (0 <, >) n. a._1 \\ & \dots \\ \text{meta i)} & k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_ix_i + n_i - p_i = n. a._i \end{aligned}$$

Les restriccions (en aquest cas, metes) són equacions o inequacions que expressen les necessitats i limitacions dels recursos que influeixen sobre el resultat del problema (Soler, 2006); c_{ij} i k_{ij} representen coeficients tècnics coneguts que multipliquen cadascuna de les variables a optimitzar x_i (hectàrees de cada cultiu); n_i i p_i representen variables de desviació no desitjades negativa i positiva, respectivament. L' $n. a.$ representa el nivell d'aspiració de cada meta, determinat pel decisor o pels condicionants de la zona; en aquest cas, per exemple, l' $n. a.$ de la superfície és 150 ha. L' $n. a.$ ha de ser abastable per a donar al problema una solució plausible, és a dir, no es pot aspirar, per exemple, a tenir un marge brut global superior al de la varietat que té més marge brut per hectàrea multiplicat pel nombre total d'hectàrees.

La funció objectiu minimitza les variables de desviació no desitjades: n_i i p_i , multiplicades per la ponderació aplicada, W_i . Si la meta és $>$, la variable a minimitzar és la n_i ; per contra, si la meta és $<$, la variable a minimitzar és la p_i ; si la meta és d'igualtat, s'han de minimitzar totes dues: n_i i p_i . Aquestes variables es divideixen pel seu nivell d'aspiració per expressar les variables n_i i p_i en termes percentuals.

Finalment, quant a la ponderació W_i , és assignada pel decisor segons les seves preferències.

2.2. Varietats considerades

Es consideren per a aquest estudi sis varietats de cirera, tres de les quals són àmpliament cultivades a la zona: Burlat, Lamper i Picota. Les altres varietats (Summit, Starky i Van) ocupen a la zona un nínxol productiu inferior, però la demanda ha augmentat els darrers anys.

2.3. Condicionants de la zona

Per a establir les metes i les restriccions, s'han considerat sis condicionants: el marge brut de cada una de les varietats; la superfície de la zona (en aquest cas, 150 ha); el risc de gelades que té cada varietat; les hores de fred necessàries per a la floració; l'aigua en les quinzenes més exigents de l'any per a aquest cultiu, i les necessitats de mà d'obra i de maquinària també en les quinzenes més exigents (taula 1).

Per al càlcul del marge brut es considera l'evolució dels preus de venda dels últims cinc anys per a cada una de les varietats multiplicat per la seva producció, extrets de les taules de preus de les cooperatives de la zona i dels extractes dels agricultors. De la mateixa manera es calcula el cost dels *inputs* i la resta de costos variables, i es resta l'un de l'altre.

El risc de gelades i les hores de fred no són, en un principi, condicionants lineals respecte de la superfície. Per a avaluar-los, es considera la reducció de la producció (i, per tant, del marge brut) que suposaria una gelada o el fet que no s'arribi a les hores de fred necessàries. Mitjançant dades climàtiques d'una sèrie de deu anys (1996-2006) de l'estació situada a Castillo de Locubín, es coneix si la temperatura ha assolit (i per tant pot tornar a assolir) extrems letals en els períodes de brotació, floració i fructificació de cada una de les varietats. Seguidament es divideix el nombre d'anys amb risc de pèrdua de collita pel nombre d'anys de la sèrie. El coeficient de les variables serà $(1 - \text{risc de gelades}) \times \text{marge brut}$. Quant a les hores de fred, es procedeix de manera similar calculant les disponibilitats de fred per mitjà del mètode de Weinberger. En ambdós casos el nivell d'aspiració és igual al marge brut global.

Pel que fa a l'aigua, s'han considerat els mesos entre abril i agost, període en què aquest condicionant és més limitant a causa de la floració i la fructificació. Aquesta zona disposa de 0,11 m³/s durant una hora cada deu dies i hectàrea, és a dir 594 m³/ha durant quinze dies, a partir de la primera quinzena d'abril fins al setembre (taula 2).

Pel que fa referència a la mà d'obra i la maquinària, s'ha escollit el període de maig a setembre per a abraçar la recol·lecció tant de les varietats primerenques com les tardanes. A la zona, la propietat està repartida entre noranta-tres agricultors, que, treballant 7 h/dia (105 h/quinzena), això fa una disposició total de 9.765 hores. Pel que fa a la maquinària, en època de recol·lecció treballa 300 h/quinzena, un total de 27.900 hores (taula 2).

Finalment, el coeficient de ponderació W_i es calcula com la mitjana dels pesos mitjans relatius assignats per cinc persones relacionades amb el sector de la cirera a la zona (taula 3).

3. Resultats i discussió

El plantejament del problema és definit per la funció següent, en la qual els coeficients de les variables són la divisió entre la ponderació (numerador) i el nivell d'aspiració (denominador) (taules 2 i 3):

Funció objectiu

min

$$0,76n_1 / 900.000 + 0,56n_2 / 900.000 + 0,54n_3 / 900.000 + 0,68p_4 / 89.100 + 0,68p_5 / 89.100 + 0,68p_6 / 89.100 + 0,68p_7 / 89.100 + 0,68p_8 / 89.100 + 0,68p_9 / 89.100 + 0,68p_{10} / 89.100 + 0,68p_{11} / 89.100 + 0,68p_{12} / 89.100 + 0,68p_{13} / 89.100 + 0,62p_{14} / 9.765 + 0,62p_{15} / 9.765 + 0,62p_{16} / 9.765 + 0,62p_{17} / 9.765 + 0,62p_{18} / 9.765 + 0,62p_{19} / 9.765 + 0,62p_{20} / 9.765 + 0,62p_{21} / 9.765 + 0,62p_{22} / 9.765 + 0,46p_{23} / 27.900 + 0,46p_{24} / 27.900 + 0,46p_{25} / 27.900 + 0,46p_{26} / 27.900 + 0,46p_{27} / 27.900 + 0,46p_{28} / 27.900 + 0,46p_{29} / 27.900 + 0,46p_{30} / 27.900 + 0,46p_{31} / 27.900$$

Metes

En el cas de la primera, segona i tercera metes, els coeficients són els marges bruts / ha totals, corregits per les gelades i per les hores de fred, de cada una de les varietats (taula 1), que tenen un nivell d'aspiració igual al marge brut global considerat (taula 2). Per a l'aigua, la mà d'obra i la maquinària, es formula una meta en què els coeficients són les necessitats en m³/ha o en hores de treball de cada una de les varietats en la quinzena considerada (taula 1) i amb un nivell d'aspiració igual a les disponibilitats d'aigua, mà d'obra i maquinària (taula 2).

$$01marbru) 5.600,73x_{bur} + 4.550,43x_{lam} + \dots + 6.953,92x_{pic} + 7.033,44x_{van} + n_{01} - p_{01} > 900.000$$

$$02rgelad) 4.480,59x_{bur} + 4.550,43x_{lam} + \dots + 6.258,53x_{pic} + 6.330,09x_{van} + n_{02} - p_{02} > 900.000$$

$$03horfre) 5.600,73x_{bur} + 3.640,34x_{lam} + \dots + 5.563,14x_{pic} + 5.486,08x_{van} + n_{03} - p_{03} > 900.000$$

$$04superf) x_{bur} + x_{lam} + x_{sum} + x_{str} + x_{pic} + x_{van} = 150 \text{ (és una restricció i no una meta)}$$

$$05agabr1) 552,3x_{bur} + 490,5x_{lam} + 490,5x_{sum} + 552,5x_{str} + 490,5x_{pic} + 557,7x_{van} + n_{05} - p_{05} < 89.100$$

$$06agabr2) 575,2x_{bur} + 511,7x_{lam} + 490,5x_{sum} + 591,5x_{str} + 575x_{pic} + 557,7x_{van} + n_{06} - p_{06} < 89.100$$

$$15MOmai1) 0x_{bur} + 15x_{lam} + 15x_{sum} + 0x_{str} + 0x_{pic} + 0x_{van} + n_{15} - p_{15} < 9.765$$

$$16MOmai2) 15x_{bur} + 44x_{lam} + 35x_{sum} + 15x_{str} + 0x_{pic} + 14x_{van} + n_{16} - p_{16} < 9.765$$

$$\begin{aligned}
 &24TA_{mai1}) 0x_{bur} + 0x_{lam} + 0x_{sum} + 0x_{str} + 0x_{pic} + 0x_{van} + n_{24} - p_{24} < 27.900 \\
 &25TA_{mai2}) 262.5x_{bur} + 6x_{lam} + 10x_{sum} + 275.3x_{str} + 0x_{pic} + 7x_{van} + n_{25} - p_{25} < \\
 &27.900 \\
 &\dots \\
 &[fi]
 \end{aligned}$$

A la taula 4 s'han recollit els resultats més destacats del model matemàtic plantejat per a resoldre aquest cas.

En primer lloc, no és estrany que la solució òptima assigni més superfície a la varietat Lamper (121,34 ha), ja que està ben adaptada a aquesta zona, sobretot a les gelades (que no afecten aquesta varietat). Seguidament es troba la varietat Van (18,74 ha), que s'incorpora a la solució òptima perquè té un marge brut elevat, però està condicionada per les gelades i les hores de fred, a més a més de l'aigua (no es poden cultivar les 150 ha de Van ja que, per exemple, a la primera quinzena de maig no hi ha prou aigua a la zona per a les 150 ha). Finalment, la varietat Burlat (9,93 ha) és una varietat adaptada a la zona però amb un marge brut inferior a la resta, condicionada, a més a més, per l'aigua en determinades quinzenes.

En segon lloc, es pot observar que s'han dut a terme completament totes les metes relatives a l'aigua, la mà d'obra i la maquinària, ja que les variables de desviació no desitjades p_i tenen valor 0. No obstant això, a les metes relatives al marge brut i les correccions respectives a aquest degudes al risc de gelades i les hores de fred, els valors de les variables de desviació no desitjades són $n_1 = 160.483,06$; $n_2 = 184.781,42$, i $n_3 = 299.903,84$, diferents de 0. Si prenem el més gran d'aquests valors veurem que el màxim marge brut global al qual es pot aspirar per a tota la zona donada la solució òptima és de 600.096,16 euros, és a dir, 4.000,64 euros/ha, valor que supera àmpliament els 2.600-2.700 euros/ha que té l'olivera (cultiu actual de la zona).

Bibliografia

CLOP GALLART, M. M.; JUÁREZ RUBIO, F. (2003), *Programació lineal per a l'enginyeria agrària. Casos pràctics*, Lleida, Edicions de la Universitat de Lleida. (Eines)

Comunidad de regantes de Presa del Nogueral y Vegas del Arenar (1987), Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, Confederación Hidrográfica del Guadalquivir, Castillo de Locubín (Jaén).

SOLER ROSALES, E. (2006), «Aplicación de la programación lineal en el estudio económico de la

producción de cerezas en Castillo de Locubín (Jaén)», *Fruticultura Profesional*, núm. 159, p. 37-42.

<<http://www.juntadeandalucia.es/agriculturaypesca/>> [Consulta: 4 febrer 2007].

<http://aym.juntaex.es/servicios/boletin/anteriores/ano2006/4_10_03_06.htm> [Consulta: 10 febrer 2007].

Annex

Taula1. Coeficients de cada una de les variables

Metes	Varietat					
	Burlat	Lamper	Summit	Starky	Picota	Van
Marge brut (euros/ha)	5.600,73268	4.550,42905	4.128,29902	6.029,44423	6.953,92245	7.033,438109
Risc de gelades (euros/ha)	4.480,58615	4.550,42905	4.128,29902	6.029,44423	6.258,53021	6.330,094298
Hores de fred (euros/ha)	5.600,73268	3.640,34324	3.302,63921	3.617,66654	5.563,13796	5.486,081725
Aigua (m³/ha)						
Aigua abr1	552,3	490,5	490,5	552,5	490,5	557,7
Aigua abr2	575,2	511,7	490,5	591,5	575,0	557,7
Aigua mai1	581,7	556,7	587,4	582,7	586,4	601,5
Aigua mai2	606,7	550,74	564,9	606,7	586,4	601,5
Aigua jun1	600,7	575,8	601,5	602,4	532,7	594,9
Aigua jun2	500,4	575,0	576,1	575,0	490,5	576,1
Aigua jul1	490,5	575,0	576,1	490,5	490,5	490,5
Aigua jul2	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5
Aigua ago1	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5
Aigua ago2	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5	490,5
Mà d'obra (h/ha)						
MO mai1	0,0	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0
MO mai2	15,0	44,0	35,0	15,0	0,0	14,0
MO jun1	63,0	15,0	12,0	84,0	13,0	89,2
MO jun2	63,0	61,55	77,3	84,0	75,0	89,2
MO jul1	0,0	64,2	77,3	0,0	78,5	89,2
MO jul2	0,0	15,0	12,0	0,0	34,2	0,0
MO ago1	62,3	0,0	0,0	84,0	0,0	0,0
MO ago2	63,3	47,8	57,3	84,0	0,0	39,4
MO set1	0,0	47,8	57,3	0,0	34,2	39,4

Taula1. Coeficients de cada una de les variables (continuació)

Metes	Varietat					
	Burlat	Lamper	Summit	Starky	Picota	Van
Maquinària (h/ha)						
TA mai1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
TA mai2	262,5	6,0	10,0	275,3	0,0	7,0
TA jun1	262,5	0,0	0,0	275,3	6,0	280,0
TA jun2	0,0	186,7	200,5	0,0	225,6	280,0
TA jul1	0,0	186,7	200,5	0,0	225,6	280,0
TA jul2	0,0	0,0	0,0	0,0	15,8	0,0
TA ago1	186,7	0,0	0,0	194,3	0,0	0,0
TA ago2	188,0	187,0	194,0	194,3	0,0	20,6
TA set1	0,0	187,0	194,0	0,0	15,8	20,6

Taula 2. Nivell d'aspiració de cada una de les metes

	Marge brut global	Risc de gelades	Hores de fred	Aigua	Mà d'obra	Maquinària
	900.000	900.000	900.000			
Abril (1)				89.100		
Abril (2)				89.100		
Maig (1)				89.100	9.765	27.900
Maig (2)				89.100	9.765	27.900
Juny (1)				89.100	9.765	27.900
Juny (2)				89.100	9.765	27.900
Juliol (1)				89.100	9.765	27.900
Juliol (2)				89.100	9.765	27.900
Agost (1)				89.100	9.765	27.900
Agost (2)				89.100	9.765	27.900
Setembre (1)					9.765	27.900

Taula 3. Ponderacions de cada una de les metes

	1	2	3	4	5	Mitjana
Marge brut	8	9	6	7	8	0,76
Risc de gelades	5	6	7	6	4	0,56
Hores de fred	5	5	7	6	4	0,54
Aigua	7	8	7	5	7	0,68
Mà d'obra	7	7	8	5	4	0,62
Maquinària	6	4	5	5	3	0,46

Taula 4. Resultats del problema

	Valor	Cost d'oportunitat	Valor	Valor	
Funció objectiu	0,4293126	N_{01}	160.483,06	p_{04}	0,00
		N_{02}	184.781,42	p_{05}	0,00
		N_{03}	299.903,84	p_{06}	0,00
Xbur	9,93	0,00		p_{07}	0,00
Xlam	121,34	0,00		p_{08}	0,00
Xpic	0,00	0,003634		p_{09}	0,00
Xsum	0,00	0,003795		p_{10}	0,00
Xstr	0,00	-0,002081		p_{11}	0,00
Xvan	18,74	0,00		p_{12}	0,00
				p_{13}	0,00
				p_{14}	0,00
				p_{15}	0,00
				p_{16}	0,00
				p_{17}	0,00
				p_{18}	0,00
				p_{19}	0,00
				p_{20}	0,00
				p_{21}	0,00
				p_{22}	0,00
				p_{23}	0,00
				p_{24}	0,00
				p_{25}	0,00
				p_{26}	0,00
				p_{27}	0,00
				p_{28}	0,00
				p_{29}	0,00
				p_{30}	0,00
				p_{31}	0,00